<<交换环上有限生成投射模>>

图书基本信息

书名：<<交换环上有限生成投射模>>

13位ISBN编号：9787030330864

10位ISBN编号：7030330862

出版时间：2012-1

出版时间：科学出版社

作者：陈焕艮

页数：219

<<交换环上有限生成投射模>>

内容概要

代数K理论是代数学的重要研究方向之一，在泛函分析、代数拓扑、代数数论和代数几何中都有着广泛应用本书以代数K理论中的　群力主要线索。
系统地讨论了交换环上有限生成投射模全书共分6章。
内容包括棋与　群基本理论、具有无挠和挠r0群的环、环的投射自由性、稳定环与模的消去问题、尾群以及　群等内容本书深入浅出，简洁明了，阅读本本书只需具备高等代数和抽象代数的基础知识。
书中包含了很多经典结果。
也融入了作者的许多研究成果
町以使读者在较短的时间内熟悉该方向的研究进展。

本书可供代数学及其相关方向研究生以及高年级本科生阅读，也可供对代数学感兴趣的数学丁作者及科研人员参考。

书籍目录

章节摘录

版权页：插图：第1章 模与K0群模是域上向量空间和Abel群在环上的推广，它是代数学的主要研究对象之一K0群是由环导出的一类Abel群，它从外部对环进行了很好刻画。
没有特别声明时，本书中所有的环都是带单位元1的交换环，本章讨论交换环上模与K0群的基本性质。
1.1 模的性质本节首先讨论模的概念和基本性质，关于更多的经典结果，读者可参考文献[2]，[60]和[130]。
定义1.1.1设R为带单位元1的交换环，M为Abel群.如果M和R间有一个运算：M£R！
M满足条件（1）对任意的m2M；r1；r22R，有m¢（r1+r2）=m¢r1+m¢r2；（2）对任意的m1；m22M；r2R，有（m1+m2）¢r=m1¢r+m2¢r；（3）对任意的m2M；r1；r22R，有m¢（r1r2）=（m¢r1）¢r2；（4）对任意的m2M；m¢1R=m。
则称M为R-模。
例1.1.2Abel群G为Z-模，其中模运算\¢""利用环中的加法运算来定义，即g¢m=g+g+¢¢¢+g|{z}m（m>0）；g¢0=0和g¢m=（？
g）+（？
g）+¢¢¢+（？
g）|？
{mz}（m0，使得F？
=Rn.称R-模P为有限生成投射R-模，如果存在R-模Q，使得P？
Q是有限生成自由模.显然，有限生成自由R-模都是有限生成投射的，但反之不然.进一步还可以定义一般的自由模和投射模。
例1.1.9Z2是有限生成投射Z6-模，但不是有限生成自由的。
证由例1.1.8知，Z6？
=Z2？
Z3，所以Z2是有限生成投射Z6-模.假定Z2是有限生成自由Z6-模，则有n2N使得Z2？
=Zn6，故有2=6n，矛盾，从而Z2不是有限生成自由的。
称0！
Ag！
Bf！
C！
0为R-模正合列，如果g为单同态，Kerf=Img且f为满同态。
命题1.1.10设P为R-模，则P为有限生成投射R-模当且仅当（1）存在有限集fpiji2Igµ P，使得对任何p2P，有friji2IgµR满足p=Xi2Ipiri，这里I为指标集；（2）对任何R-模正合列0！
Ag！
Bf！
P！
0，有h：P！
B，使得fh=1P。
证设P为有限生成投射R-模，从而有'：Rn？
=P？
Q.令x1=（1；0；¢¢¢；0），¢¢¢；xn=（0；0；¢¢¢；1）；pi=？
'（xi），这里？
：P？
Q！
P，（p；q）=p.对任何p2P，由于？
'为满同态，容易验证有fr1；¢¢¢；rngµR，使得p=nXi=1piri.设有R-模正合列0！

Ag !
Bf !
P !
0，有fb1 ; ¢ ¢ ¢ ; bng µ B使得f（bi）=pi。
定义µ : Rn !
B ; µ （xi）=bi.令á : P !
P ?
Q ; á （p） = （p ; 0） ，h= µ ' ?
1 á : P !
B。
对pj，记' ?
1（pj）=nXi=1xiri，直接验证知fh（pj）=f ?
nXi=1biri !
=nXi=1piri。
注意到' ?
nXi=1xiri !
=pj，从而 ?
' ?
nXi=1xiri !
= ?
（pj）=pj ; 所以nXi=1piri=pj，故有fh=1P。
假定（1）和（2）成立，定义f : Rn !
P ; f（xi）=pi，从而有R-模正合列0 !
Kerfg !
Rnf !
P !
0，其中g : Kerf !
Rn ; g （x）=x为嵌入同态，所以有h : P !
Rn使得fh=1P.定义' : P ?
Kerf !
Rn ; ' （p ; q）=h（p）+q，直接验证知'既是单同态又是满同态，从而'为模同构，故P为有限生成投射R-模。
定理1.1.11（对偶基定理）设P为R-模，则下列等价：（1）P为有限生成投射R-模；（2）存在有限集fpiji2Ig µ P，ffi : P !
Rji2Ig，对任何p2P，有p=Xi2Ipifi（p），这里I为指标集。
证（1））（2）设' : Rn ?
=P ?
Q.令x1=（1 ; 0 ; ¢ ¢ ¢ ; 0） ; ¢ ¢ ¢ ; xn=（0 ; 0 ; ¢ ¢ ¢ ; 1）。
根据命题1.1.10，存在有限集fp1 ; ¢ ¢ ¢ ; png µ P，使得对任何p2P，有fr1 ; ¢ ¢ ¢ ; rng µ R满足p=nXi=1piri.令á : P !
P ?
Q ; á （p） = （p ; 0） ，gj : Rn !
R ; gj（xi）=1（i=j） ; gj（xi）=0（i6=j）.令fj=gj' ?
1 á : P !
R.直接验证知rj=fj（p），故有p=nXi=1pifi（p）。
（2））（1）给定R-模正合列0 !
Ag !

Bf !
P !
0，对任何pi2P，有bi2B使得f（bi）=pi.作同态h：P !
B；h（p）=nXi=1bifi（p），则有fh=1P，根据命题1.1.10，P为有限生成投射R-模。
设A；B为R-模，所有B到A的R-模同态全体记为HomR（B；A）；定义运算：（f+g）（m）=f（m）+g（m），取0：M !
M；m7 !
0为零元，则HomR（B；A）是Abel群.进一步，HomR（B；A）是R-模.设P为有限生成投射R-模，对任何R-模正合列0 !
Ag !
Bf !
C !
0，容易验证有R-模正合列0 !
HomR（P；A）g¤ !
HomR（P；B）f¤ !
HomR（P；C） !
0，这里g¤（h）=gh；f¤（k）=fk.假定aA+bB=A，a2HomR（A；A）及b2HomR（B；A），记A的子模fr2Aja（r）2bBg为A（a；b）。
引理1.1.12设A；B为R-模，若对任何a2HomR（A；A）；b2HomR（B；A），aA+bB=A）存在R-模同态？
：A（a；b） !
B使得ajA（a；b）+b？
：A（a；b） !
bB为同构，则对任何R-模C，A？
B？
=A？
C=）B？
=C：证假若A？
B？
=A？
C，则有正合列0 !
Ci， !
A？
B' !
A !
0；其中'=（a；b）；a2HomR（A；A）且b2HomR（B；A），进一步可构造模同态µ=？
cd !
：A !
A？
B使得'µ=1A，其中c2HomR（A；A）；d2HomR（A；B）。
因而ac+bd=1A，故aA+bB=A.由假定，有模同态？
：A（a；b） !
B，使得u：=ajA（a；b）+b？
：A（a；b） !
bB是同构.令M=A（a；b）？
B，构造R-同态？
=？

u？
1？
u？
1！
：bB！
M：显然，ajA（a；b）u？
1+b？
u？
1=1bB，因而（'jM）？
=1bB，故M=Ker（'jM）？
Im（？
）.显然，Ker（'jM）µKer（'）.如果（r1；r2）2Ker（'），从而a（r1）+b（r2）=0；r12A；r22B，所以a（r1）2bB，故有r12A（a；b），进而（r1；r2）2M，得（r1；r2）2Ker（'jM），这导致Ker（'
）=Ker（'jM），所以M=Ker（'）？
Im（？
）.另一方面，？
？
=1bB，这里？
=（u；0）：M=A（a；b）？
B！
bB.结果有M=Ker（？
）？
Im（？
）=B？
Im（？
），从而B？
=Ker（'）？
=C，所以结论成立。
交换环R称为半遗传环，如果R的有限生成理想为投射R-模.如Z[p10]和Z[p？
5]为半遗传环.下面讨论半遗传环上有限生成R-模的一类消去问题。
定理1.1.13设R为半遗传环，B；C为有限生成R-模，则有R？
B？
=R？
C=）B？
=C：证给定aR+bB=R；a2R；b2HomR（B；R）.由假定知R（a；b）=bB是有限生成投射R-模，根据定理1.1.11，有fxigµR（a；b）；fi2HomR（R（a；b）；R）使得对任何x2R（a；b），x=Xixifi（x），这里仅有有限多fi（x）非零.令a¤：B！
B由a¤（r）=ra；r2B定义，由于R是交换的，a¤是R-模同态.由aR+bB=R知，1=ac+bd，其中c2R；d2B，因而xi=axic+bdxi2bB，所以存在pi2B，使得xi=b（pi），故有x=Xib（pi）fi（x）=b？
Xipifi（x）！
.定义h：R（a；b）！
B；h（p）=Xipifi（p）。

编辑推荐

《交换环上有限生成投射模》由科学出版社出版。