<<随机微分方程导论与应用>>

图书基本信息

书名：<<随机微分方程导论与应用>>

13位ISBN编号：9787030337634

10位ISBN编号：7030337638

出版时间：2012-4

出版时间：科学出版社

作者：厄克森达尔

页数：318

内容概要

厄克森达尔编著的《随机微分方程导论与应用（第6版）》的主要内容包括Ito积分和鞅表示定理、随机微分方程、滤波问题、扩散理论的基本性质和其他的论题、在边界值问题中的应用、在最优停时方面的应用、在随机控制领域中的应用及数理金融中的应用。

《随机微分方程导论与应用（第6版）》可供理工和金融管理类的高年级本科生及研究生阅读，也可作为数学系高年级本科生及研究生的教材或科研工作者的参考用书。

作者简介

<<随机微分方程导论与应用>>

书籍目录

第6版第4次印刷前言
第6版第3次印刷前言
第6版前言
第5版校正印刷前言
第5版前言
第4版前言
第3版前言
第2版前言
第1版前言
第1章 导言
1.1 典型微分方程的随机模拟
1.2 滤波问题
1.3 确定性边界值问题的随机方法
1.4 最优停时
1.5 随机控制
1.6 数理金融学
第2章 数学基础
2.1 概率空间，随机变量和随机过程
2.2 一个重要例子：布朗运动
练习
第3章 Ito积分
3.1 Ito积分的构造
3.2 Ito积分的性质
3.3 Ito积分的扩张
练习
第4章 Ito公式和鞅表示定理
4.1 1维Ito公式
4.2 多维的Ito公式
4.3 鞅表示定理
练习
第5章 随机微分方程
5.1 例子和某些求解方法
5.2 存在唯一性
5.3 弱解和强解
练习
第6章 滤波问题
6.1 引言
6.2 1维的线性滤波问题
6.3 高维线性滤波问题
练习
第7章 扩散过程：基本性质
7.1 Markov性
7.2 强Markov性
7.3 Ito扩散的生成元
7.4 Dynkin公式

7.5 特征算子
练习
第8章 扩散理论的其他论题
8.1 Kolmogorov后向方程，预解式
8.2 Feynman—Kac公式，消灭
8.3 鞅问题
8.4 Ito过程什么时候是扩散过程
8.5 随机时变
8.6 Gianov定理
练习
第9章 在边界值问题中的应用
9.1 组合Dirichlet—Poisson问题，唯一性
9.2 Dirichlet问题，正则点
9.3 Poisson问题
练习
第10章 在最优停时方面的应用
10.1 时齐情形
10.2 非时齐的情形
10.3 含积分的最优停时问题
10.4 与变分不等式的联系
练习
第11章 在随机控制方面的应用
11.1 问题的陈述
11.2 Hamilton—Jacobi—Bellman方程
11.3 带终端条件的随机控制问题
练习
第12章 在数理金融学中的应用
12.1 市场，证券组合和套利
12.2 可达性与完备性
12.3 期权定价
练习
附录A 正态随机变量
附录B 条件期望
附录C 一致可积性与鞅收敛
附录D 一个逼近结果
某些练习的附加提示和解答
参考文献
常用符号及记号
索引
《现代数学译丛》已出版书目

章节摘录

第1章导言 为了使读者确信随机微分方程是一门重要的学科，先提出下面的一些问题。
1.1 典型微分方程的随机模拟 如果认为微分方程的某些系数是随机的，则可得到更为现实的数学模型。
问题1考虑简单的人口增长模型 dN dt =a（t）N（t）；N（0）=N0（常数）；（1.1.1）这里N（t）是t时刻的人口数量，a（t）是t时刻的相对人口增长率.在某些随机的环 境影响下，a（t）可能并不是完全知道的。
故此可设 a（t）=r（t）+“ 噪声 ”；这里我并不知道噪声项的具体表现，但知道它的概率分布，而函数r（t）假定为非 随机的。
在这个情形，如何求解方程（1.1.1）？
问题2在一个电路中，某一固定点在t时刻的电荷Q（t）满足下面的微分 方程：LQ00（t）+RQ0（t）+1 C Q（t）=F（t）；Q（0）=Q0；Q0（0）=I0；（1.1.2）这里L是感应系数，R是电阻，C是电容，F（t）是t时刻的电势.同理，在某些情形 下，某些系数，比如说F（t）并不是确定性的，而有下面的形式：F（t）=G（t）+“ 噪声 ”；（1.1.3）这时如何解（1.1.2）？
更一般地，在微分方程的系数随机化后得到的方程称为随机微分方程。
以后有 更精确的定义。
显然，一个随机微分方程的任何解都一定包含某种随机性，因此，我 们仅希望能对解的概率分布做点事情。
1.2 滤波问题 问题3为了更深入了解关于问题2的解的知识，假设在s6t时，通过观察 得到Q（s）的监测值Z（s），然而，由于测量的不精确性，不能真正地测量到Q（s），只 能得到它的一个扰动：Z（s）=Q（s）+“ 噪声 ”；（1.2.1）因此，这时候有两个噪声来源，而第二个来源于测量的误差。
滤波问题是：当s6t，在（1.2.1）中观察到Z（s）时，满足方程（1.1.2）的Q（t）的最佳估计是什么？直观地，是要用最优的方法把观察值中的“ 噪声 ”项“ 滤 ”掉。
Kalman在1960年及Kalman与Bucy在1961年证明了著名的Kalman-Bucy 滤波器，基本上，在观察到一系列“ 噪声 ”的前提下，该滤波器给出了满足带噪声的 线性微分方程的系统状态的评估方法.该发现很快就被应用到了航空工业上，现在 得到了更广泛的应用，因此Kalman-Bucy滤波器提供了一个最新的数学发现被证 明是有用的例子，而不仅是“ 潜在 ”有用.它也是“ 应用数学是坏数学 ”及“ 唯一真 正有用的数学是基础数学 ”的一个鲜明的反例.Kalman-Bucy滤波器与整个随机微 分方程是先进的、有趣的、一流的数学课程。
1.3 确定性边界值问题的随机方法 问题4最具轰动性的例子是Dirichlet问题的随机解：给定Rn中的一个区 域U及其边界@U和边界@U上的连续函数f.求一个在U的闭包1U上连续的 函数~f满足：（i）~f=f，在边界@U上成立。
（ii）~f在U上是调和的，即在U上有 ¢~f:= X@2~f @x2 i =0: 1944年，Kakutani证明了它的解能用布朗运动（在第2章给出构造）表示：~f（x）是初始点为x2U的布朗运动首次逸出区域U的边界点的函数值f的期望值。
好像冰山的尖端开始融化了一样，对大部分类型的半椭圆型二阶偏微分方程，相应的Dirichlet边值问题能通过相应的随机微分方程的解来解决。
1.4 最优停时 问题5假定某人计划卖掉一个资产或资源（如房屋、股票、石油等），在开放 的市场上，他的资产在t时刻的价格Xt的变化满足问题1的随机微分方程：dXt dt =rXt+?Xt ¢“ 噪声 ”；这里r；?为已知的常数，折现率为已知常数?，那么在什么时候卖掉该资产为最好？
假设知道现在时刻t以前的资产的过去表现Xs，但是由于系统中的噪声，当然 无法确信选择卖的时间是否为最优的.因此要找一个停时策略，在长期运行中它应 该是最好的结果，即把通胀考虑进去以后的最大化期望利润.这是一个最优停时问 题，它的解能由相应的边界值问题4的解来表达.非边界是未知的（自由边界），此 时就有另外两个边界条件，它也可由一系列变分不等式来表达出来。
1.5 随机控制 问题6（最优证券组合问题）假设某人有两个投资可能性：（i）无风险投资（如债券），在t时刻每单位的价格X0（t）按指数增长：dX0 dt =?X0；（1.5.1）这里?>0为常数.（ii）有风险的投

资（如股票）.在t时刻每单位的价格X1（t）满足前面讨论的问 题1类型的随机微分方程： dX1 dt =（1+?￠\噪声"）X1；（1.5.2） 这里1>?；?2Rnf0g，1与?为常数。
在每个时刻t，该投资者选择他的财富Vt中多大的比例ut用于风险投资，从 而（1?ut）Vt用于无风险投资.给定效用函数U和终端时刻T，该投资问题是找到 一个最优证券组合ut2[0；1]，即找到投资分布ut，06t6T，使终端时刻的财富 V（u） T的期望效用为最大： max 06ut61 n E h U （V（u） T） io :（1.5.3） 1.6 数理金融学 问题7（期权定价）假定在t=0时，问题6中的个体投资者持有一个权力（但 非义务）：在将来的某个时刻t=T，有权力以特殊的价格K购买一单位风险资产，该权力被称为一个欧式看涨期权，该投资者愿意花多少钱去购买这个期权？
Fischer Black与MyronScholes（1973）利用随机分析和均衡理论计算了该期权价格的理论 值，即现在著名的Black-Scholes期权定价公式，从而解决了该问题.该理论值与已 在自由市场中的均衡价格高度统一，因此它代表了数学模型在金融中的伟大胜利。
 在期权的交易和其他金融衍生证券中，它成为必不可少的工具，1997年，由于期权 定价公式及其相关的工作，MyronScholes和RobertMorton被授予了诺贝尔经济 学奖（FischerBlack死于1995年），在介绍了必要的数学理论之后，后面的几章中再来探讨这些问题，在第5章 中解决问题1与问题2.滤波问题（包括问题3）将在第6章中处理.广义化的 Dirichlet问题（问题4）在第9章中得到解决，问题5在第10章中得到解决，而随 机控制问题（问题6）在第11章中讨论.最后在第12章中，讨论它们在数理金融中 的应用。
第2章数学基础 2.1 概率空间，随机变量和随机过程 为了说明将要解决的问题，有必要介绍问题中的数学模型及相关数量的数学概 念，简而言之，下面是需要进行数学解释的一些概念的一个列表：（1）随机数；（2）独立性；（3）一系列随机数的参数化（离数或连续）；（4）在滤波问题（问题3）中“ 最佳 ”估计是什么意思？
 （5）“ 依赖 ”于某些观察值的估计是什么意思（问题3）？
 （6）“ 噪声 ”的数学解释是什么？
 （7）随机微分方程的数学解释是什么？
 本章简单地讨论一下（1）?（3），下一章考虑（6）而由此导出It^o随机积分概念 （7），在第6章将考虑（4）和（5）。
随机数的数学模型是随机变量，在给出定义之前，回顾一般概率论的某些概念，如想知道更多的数学知识，读者可参考文献（Williams，1991）。
定义2.1.1给定集合-，那么-上的?代数F是由-的某些子集构成的 集族且具有下列性质：（1）?2F；（2）F2F）FC2F，这里FC=-nF是F在-中的余集；（3）A1；A2；￠￠￠2F）A:= 1S i=1 Ai2F. 称（-；F）为一个可测空间，一个可测空间（-；F）上的概率测度P是一个函数P: F![0；1]，使得 （a） P（?）=0；P（-）=1；（b）如果A1；A2；￠￠￠2F且fAig1 i=1是互不相交（即Ai\Aj=?；i6=j），那么 P µ1[i=1 Ai ? = 1X i=1 P（Ai）: 称（-；F；P）为一个概率空间，如果F包括了-中P外测度为零的所有子集，即 P¤（G）:=inffP（F）：F2F；G?Fg=0；则称（-；F；P）为完备的概率空间，所有的概率空间都可通过把所有的外测度为零 的集加入F中且相应地延拓P的定义域，即可得到完备化的概率空间，从现在起，假定所有的概率空间都是完备的。
对-中的某一子集F，如果F属于F，则称F为F可测集.在概率上称之为 事件，利用下面的解释：P（F）=“ 事件F发生的概率 ”；特别，如果P（F）=1，则说“ F以概率1发生 ”或者“ 几乎必然（a:s:） ”。
对给定的-的一个集族U，存在一个包含U的最小的?代数HU，即 HU=\fH：H为-上的?代数；U?Hg （见练习2.3），称HU是由U生成的?代数。
例如，U是拓扑空间-的所有开子集构成的集合（如-=Rn），那么B=HU 称为-上的Borel?代数，对任意元素B2B称为Borel可测集，B包含所有的开 子集、所有的闭子集、所有的可数个闭子集的并集，及所有的可数个这种并集的交 集等等。
设（-；F；P）是给定的概率空间，那么函数Y：-!Rn称为F可测的，如果 Y?1（U）:=f!2-；Y（!）2Ug2F 对所有的开集U2Rn（或等价地，对所有的Borel集U2Rn）成立，若X：-!Rn是任一函数，那么由X生成的?代数HX是-上的包含所 有形如X?1（U）；U2Rn为开集的最小?代数，不难证明 HX=fX?1（B）；B2Bg；这里B是Rn上的Borel?代数，显然X是HX可测的，而HX是具有上述性质 的最小的?代数

。
下面的结论是有用的，它是Doob-Dynkin引理（Rao，1984）的一个特殊情形。
引理2.1.2如果X；Y：-!Rn是两个给定的函数，Y为HX可测的充要 条件是存在一个Borel可测函数g
：Rn!Rn使得 Y=g（X）: 下面，设（-；F；P）是一个给定的完备概率空间，一个随机变量X是一个F可测函数X：-!Rn.每个随机变量诱导了一个Rn上的概率测度1X，定义为 1X（B）=P（X?1（B））。

版权说明