

<<高等代数方法与技巧>>

图书基本信息

书名：<<高等代数方法与技巧>>

13位ISBN编号：9787209058407

10位ISBN编号：7209058400

出版时间：2012-4

出版时间：山东人民出版社

作者：姜同松

页数：373

字数：500000

版权说明：本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介，请支持正版图书。

更多资源请访问：<http://www.tushu007.com>

## <<高等代数方法与技巧>>

### 内容概要

《高等代数方法与技巧》通过高等代数的知识点及近年来研究生入学试题进行分析和研究，把高等代数的解题方法归纳为50类，以此帮助读者进一步理解和把握高等代数的思想内涵，掌握并学会高等代数的证题方法和技巧。

本书作为临沂大学优秀校本教材，经学校立项并由山东人民出版社正式出版发行。

本书既可作为大学数学专业高等代数后继课程的教材、作为数学专业研究生考试的辅导教材，也可作为理工科各专业讲授线性代数教学和学生自学的辅导参考书。

## &lt;&lt;高等代数方法与技巧&gt;&gt;

## 书籍目录

君子务本，本立而道生——《临沂大学优秀校本教材》总序韩延明

前言

## 第一章 行列式

- 1.1 行列式定义的方法
- 1.2 行列式性质的方法
- 1.3 行列式乘积的方法
- 1.4 行列式降阶的方法
- 1.5 矩阵积与和的行列式的方法

## 第二章 矩阵

- 2.1 矩阵定义及其运算的方法
- 2.2 可逆矩阵与伴随矩阵的方法
- 2.3 标准单位向量的方法
- 2.4 矩阵分块的方法
- 2.5 初等变换与初等矩阵的方法
- 2.6 矩阵特征根的方法
- 2.7 降阶与升阶的方法
- 2.8 齐次线性方程组的方法
- 2.9 构造连续函数的方法
- 2.10 可交换矩阵的方法
- 2.11 矩阵若当标准形的方法

## 第三章 特殊矩阵

- 3.1 准对角矩阵的方法
- 3.2  $k$ 对称矩阵的方法
- 3.3  $k$ 正交矩阵的方法
- 3.4 正规矩阵的方法
- 3.5 多项式零化矩阵的方法
- 3.6 正定矩阵的方法

## 第四章 线性方程组

- 4.1 线性方程组有解的判定方法
- 4.2 线性方程组的向量方法
- 4.3 线性方程组的克莱姆方法
- 4.4 齐次线性方程组基础解系的方法
- 4.5 线性方程组解结构的方法
- 4.6 线性方程 $AXB=C$ 解结构的方法

## 第五章 多项式

- 5.1 多项式的整除性方法
- 5.2 多项式的最大公因式方法
- 5.3 不可约多项式的方法
- 5.4 多项式函数与多项式根的方法

## 第六章 向量空间

- 6.1 向量空间定义的方法
- 6.2 向量线性关系的方法
- 6.3 基、维数和坐标的方法
- 6.4 子空间的交与和的方法
- 6.5 向量空间同构的方法

## <<高等代数方法与技巧>>

### 第七章 线性变换

- 7.1 线性变换定义及运算的方法
- 7.2 线性变换与矩阵的方法
- 7.3 求解线性变换特征根与特征向量的方法
- 7.4 线性变换与矩阵对角化的方法
- 7.5 线性变换不变子空间的方法

### 第八章 欧氏空间

- 8.1 欧氏空间定义的方法
- 8.2 欧氏空间正交向量组的方法
- 8.3 正交变换与正交矩阵的方法
- 8.4 对称变换与对称矩阵的方法

### 第九章 二次型

- 9.1 二次型定义的方法
- 9.2 二次型标准形的方法242
- 9.3 正定二次型的方法
- 9.4 Hermite型与Hermite矩阵的方法

### 习题解答与提示

### 主要参考文献

## &lt;&lt;高等代数方法与技巧&gt;&gt;

## 章节摘录

版权页：插图：3.典型例题 例1 设A是 $m \times n$ 矩阵，对任意 $n$ 维列向量X都有 $AX=0$ 。

证明： $A=0$ 。

证明 令 $A=(a_{ij})_{m \times n}$ ，取 $X=(x_i)_{n \times 1}$ ， $x_i=1, i=1, 2, \dots, n$ ，于是有 $AX=(a_{i1}+a_{i2}+\dots+a_{in})_{m \times 1}=0$ ， $i=1, 2, \dots, m$ 。所以 $A=0$ 。

或证  $A=AIn=A(A^{-1}A)=A(A^{-1}A)=A(A^{-1}A)=0$ 。

例2 设A是一个 $n$ 阶矩阵，证明：A是实反对称矩阵（即 $A^T=-A$ ）当且仅当对任意 $n$ 维列向量X都有 $XTAX=0$ 。

证明 取 $X=(x_i)_{n \times 1}$ ， $x_i=1, i=1, 2, \dots, n$ ，有 $XTAX=\sum_{i=1}^n x_i^2 a_{ii}=\sum_{i=1}^n a_{ii}=0$ 。

取 $X=(x_i)_{n \times 1}$ ， $x_i=1, i=1, 2, \dots, n$ ，有 $XTAX=\sum_{i=1}^n x_i^2 a_{ii}=\sum_{i=1}^n a_{ii}=0$ 。

即 $a_{ij}=-a_{ji}$ ，所以 $A^T=-A$ 。

反之，若 $A^T=-A$ ，则对任意列向量X， $XTAX$ 是一个数，于是有 $XTAX=XT(-A)TX=-XTAX$ ，所以 $XTAX=0$ 。

例3 设A是一个 $n$ 阶整数矩阵。

证明：对任意整数列向量 $X$ ， $AX=b$  都有整数解当且仅当 $|A|=\pm 1$ 。

证明 若 $|A|=\pm 1$ ，则A可逆，且对任意整数列向量 $b$ ，显然 $X=A^{-1}b=1/|A|A^{-1}b$  是 $AX=b$  的整数解。

反之，取 $X=(x_i)_{n \times 1}$ ， $x_i=1, i=1, 2, \dots, n$ ， $X_i$ 是 $AX=b_i$ 的整数解。

令 $B=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ，于是有 $AB=(AX_1, AX_2, \dots, AX_n)=(b_1, b_2, \dots, b_n)=In$ 。

故A可逆，且 $|A||B|=1$ ，又因为矩阵A，B都是整数矩阵，所以 $|A|=\pm 1$ 。

例4 设A是一个 $m \times n$ 矩阵。

证明：对任意 $m$ 维列向量 $b$ ， $AX=b$  都有解当且仅当 $\text{rank}(A)=m$ 。

证明 若对任意 $m$ 维列向量 $b$ ， $AX=b$  都有解，取 $b=(b_i)_{m \times 1}$ ， $b_i=1, i=1, 2, \dots, m$ ，且 $X_i$ 是 $AX=b_i$ 的解。

令 $B=(X_1, X_2, \dots, X_m)$ ，于是有 $AB=A(X_1, X_2, \dots, X_m)=(b_1, b_2, \dots, b_m)=Im$ 。

$\text{rank}(A) \leq \text{rank}(AB) = \text{rank}(Im) = m$ 。

又因为 $\text{rank}(A) \leq m$ ，所以 $\text{rank}(A)=m$ 。

反之，若 $\text{rank}(A)=m$ ，则存在可逆矩阵P，Q满足 $PAQ=(Im, 0)$ ，于是有 $A=P^{-1}(Im, 0)Q^{-1}=(P^{-1}, 0)Q^{-1}$ 。

令 $B=Q(P, 0)$ ，则 $AB=Im$ 。

于是，对任意 $m$ 维列向量 $b$ ，有 $AB=b$ ，即 $X=B$  是方程 $AX=b$  的一个解。

<<高等代数方法与技巧>>

版权说明

本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介，请支持正版图书。

更多资源请访问:<http://www.tushu007.com>